



# Chapitre 8 : Différence-de-différences

## Économétrie (ECON0212)

Malka Guillot  
HEC Liège

# Recap - Chapitre 5

Wooclap



lien de participation



# Recap - Chapitre 7

Wooclap



lien de participation



# Récapitulatif des semaines dernières

- Application des outils d'**inférence statistique** à l'analyse de régression
  - *Erreur standard* des coefficients de régression
  - *Significativité statistique* des coefficients de régression
- Présentation d'un cadre d'analyse pour l'**inférence causale**
  - Modèle des *réalisations potentielles*
  - *Problème fondamental* de l'inférence causale
  - *Solutions* : méthodes d'évaluations
    - permettent l'identification de l'effet du traitement (sous certaines conditions)

Aujourd'hui : *Difference-de-differences*



# Aujourd'hui : *Differences-de-differences*

- Exploite les changements de politique au fil du temps qui ne touchent pas tout le monde
- Nécessité de trouver (ou de construire) un ou plusieurs groupes de contrôle appropriés
- *Hypothèse clé* : tendances parallèles
- *Application empirique* : impact du *salaire minimum* sur *l'emploi*



# Méthodes d'évaluation

- La régression multiple ne fournit souvent pas d'estimations causales en raison de la *sélection sur les non-observables*.
- Les RCT (*Randomized Control Trials*) sont une solution à ce problème, mais elles sont souvent impossibles à réaliser.
- Quatre principales méthodes d'évaluation causale utilisées en économie :
  - *Variables instrumentales (IV)*,
  - *Appariement sur score de propension*,
  - *Différences-en-différences (DiD)*, et
  - *Modèles de discontinuité de régression (RDD)*.
- Ces méthodes sont utilisées pour identifier des **relations causales** entre les traitements et les réalisations

➡ *Cette année* : une méthode d'évaluation de programme populaire et rigoureuse, la **différence-de-différences**.



# [RAPPEL] Réalisations potentielles & effet du traitement

Group	$Y_i^1$	$Y_i^0$
Groupe de traitement ( $D_i = 1$ )	Observé en tant que $Y_i$	Contrefactuel
Groupe de contrôle ( $D_i = 0$ )	Contrefactuel	Observé en tant que $Y_i$

- *Effet individuel du traitement*  $\delta_i$  :

$$\delta_i = Y_i^1 - Y_i^0$$

- $\delta_i$  mesure l'**effet causal du traitement** sur la variable expliquée  $Y$  pour l'individu  $i$ .



# [RAPPEL] Effet moyen du traitement

Effet moyen du traitement sur la population (ATE) :

$$E(\delta) = E(Y^1) - E(Y^0)$$

Effet moyen du traitement pour les individus traités (ATT) ?

$$E(\delta|D = 1) = E(Y^1 - Y^0|D = 1)) = E(Y^1|D = 1) - \textcolor{red}{E(Y^0|D = 1)}$$

Biais de sélection

La simple différence des réalisation (SDR) est soumise à un biais de sélection :

$$\mathbb{E}(Y_i^1|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 0) = ATE + \underbrace{\mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 1) - \mathbb{E}(Y_i^0|D_i = 0)}_{\text{Biais de sélection}}$$



# Différences-de-Différences (DiD)

*Problème (habituel) : biais de sélection*

Les individus ne sont pas **répartis aléatoirement** dans le traitement ➔ **biais de sélection**

- ⚠ La différence naïve des réalisations entre les groupes traités et non traités est biaisée.

*Solution: construction d'un contrefactuel*

On utilise le groupe non traité pour construire un **contrefactuel** pour le groupe traité.

*Ingrédients: 2 périodes temporelles × 2 groupes*

- Groupe de contrôle* : ne reçoit jamais le traitement,
- Groupe de traitement* : initialement non traité, puis entièrement traité.

*Hypothèse: Les deux groupes évoluent en parallèle en l'absence du traitement*



# Exemple : Salaire Minimum et Emploi

- *Imaginez que vous souhaitez évaluer l'impact causal de l'augmentation du salaire minimum sur le (chômage) emploi.*
  - Pourquoi cela n'est-il pas si simple ?
  - Quel devrait être le groupe de contrôle ?

Article de référence de 1994 [ici](#) par les économistes du travail David Card et Alan Krueger,

- *"Minimum Wages and Employment: A Case Study of the Fast-Food Industry in New Jersey and Pennsylvania"*
- Estime l'effet d'une augmentation du salaire minimum sur le taux d'emploi dans l'industrie de la restauration rapide.
  - Pourquoi cette industrie ?



# Détails Institutionnels

- Aux États-Unis, il existe un salaire minimum national, mais les États peuvent s'en écarter.
- 1er avril 1992 : le salaire minimum du New Jersey passe de 4,25 à 5,05 par heure.
- L'État voisin de la Pennsylvanie n'a pas modifié son niveau de salaire minimum.



La Pennsylvanie et le New Jersey sont **très similaires** : institutions similaires, habitudes similaires, consommateurs similaires, revenus similaires, météo similaire, etc



# Card et Krueger (1994) : Méthodologie

- Enquête menée auprès de 410 établissements de restauration rapide dans le New Jersey (NJ) et l'est de la Pennsylvanie.
- Chronologie :
  - Enquête avant l'augmentation du SM au NJ : fév./mars 1992
  - Enquête après l'augmentation du SM au NJ : nov./déc. 1992
- Quelles comparaisons pensez-vous qu'ils ont effectuées ?

<b>sheet</b>	<b>chain</b>	<b>state</b>	<b>observation</b>	<b>empft</b>	<b>emppt</b>
46	bk	Pennsylvania	February 1992	30	15
49	kfc	Pennsylvania	February 1992	6.5	6.5
506	kfc	Pennsylvania	February 1992	3	7
56	wendys	Pennsylvania	February 1992	20	20

# Exercice 1 (10 minutes)

1. Ouvrir et regarder les données. Convertir les variables au format numérique quand nécessaire.
2. Combien y a-t-il de magasins par **state** et par période (vague d'enquête) (**observation**). Retrouvezvous la *Table 1* du papier?
3. Créer une variable *full-time equivalent (FTE) employees*, **empfte** égale à **empft** +  $0.5 * \text{emppt} + \text{nmgrs}$ . **empft** et **emppt** correspondent respectivement au nombre d'employés à temps plein et à temps partiel. **nmgrs** correspond au nombre de managers. C'est ainsi que Card et Krueger calculent leur variable d'emploi équivalent temps plein (FTE) (p.775 du papier).
4. Calculer le nombre moyen d'employés FTE, le pourcentage moyen d'employés à temps plein (sur le nombre d'employés FTE), et le salaire moyen de départ (**wage\_st**) par état et par vague d'enquête. Comparez vos résultats avec *Table 2* du papier.
5. Quelles sont les différences de salaire moyen entre les deux états avant l'augmentation du salaire minimum au NJ ?



# Card and Krueger DiD : Tableau de résultat

Emploi moyen par restaurant avant et après l'augmentation du salaire minimum au NJ

Variables	Pennsylvania	New Jersey
Emploi en ETP - Avant	23.33	20.44
Emploi en ETP - Après	21.17	21.03
Changement moyen en emploi ETP	-2.17	0.59

ETP= équivalent temps plein

## Estimation de la DiD

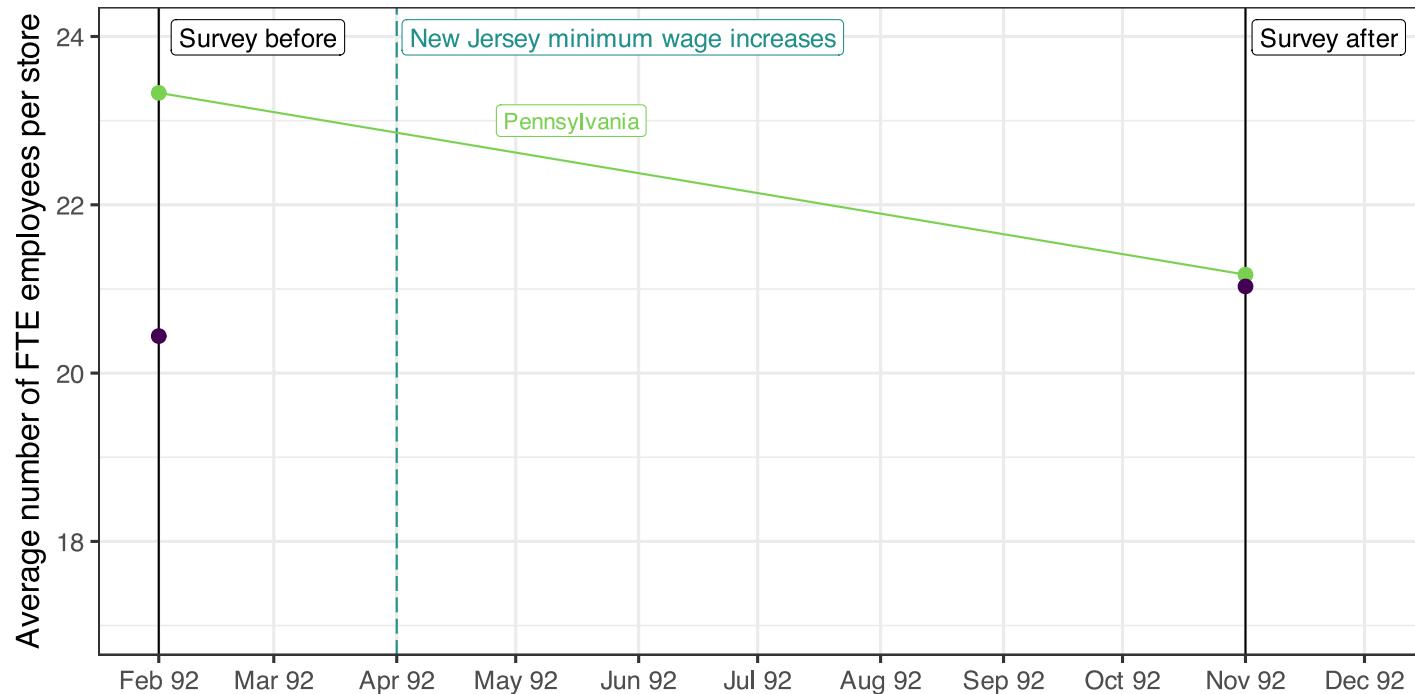
Estimation causale par différences-en-différences :  $0.59 - (-2.17) = 2.76$

## *Interprétation*

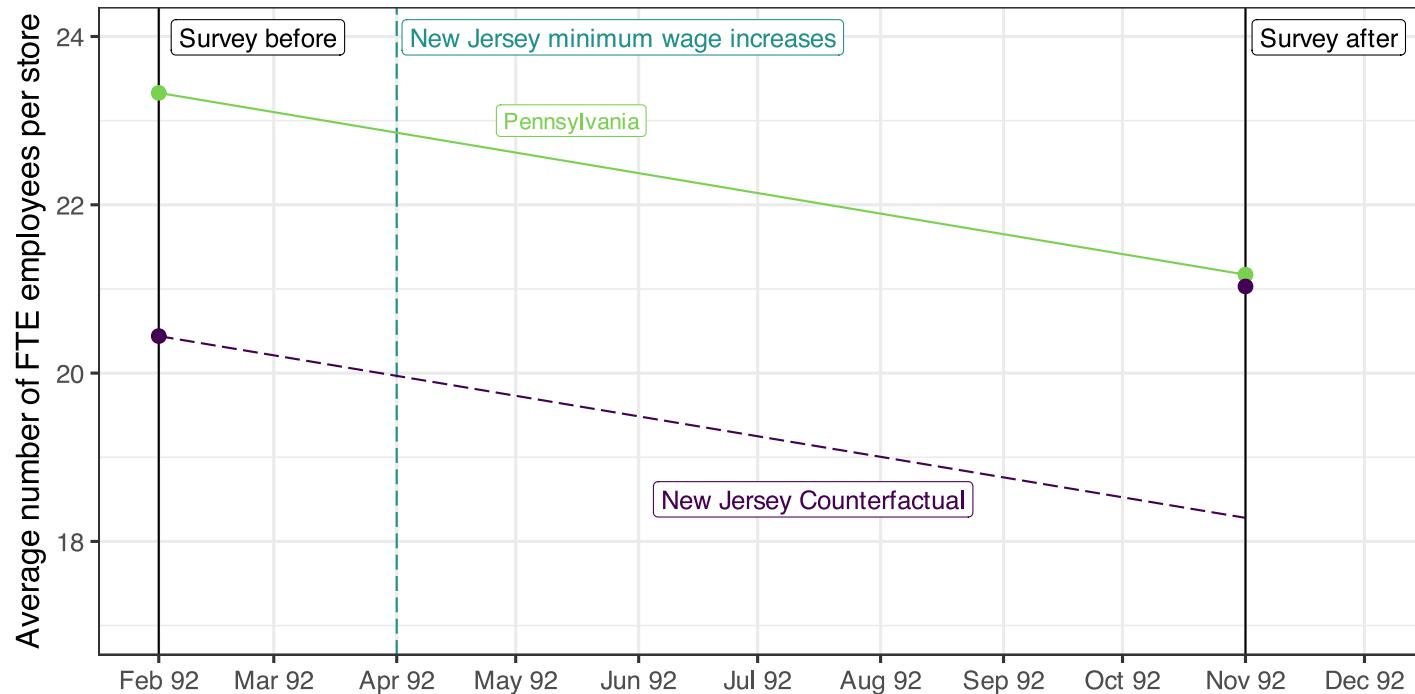
L'augmentation du salaire minimum a entraîné une **augmentation** de 2,76 employés ETP par restaurant en moyenne.



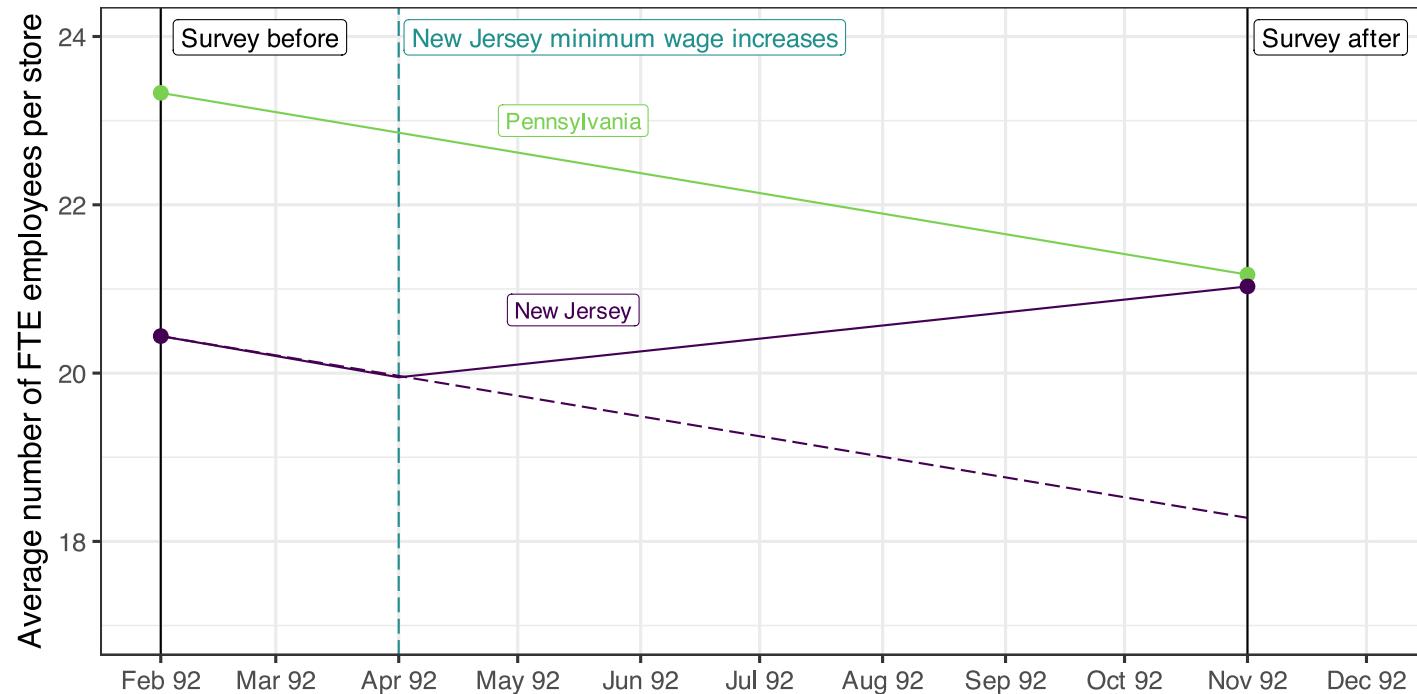
# Graphiquement



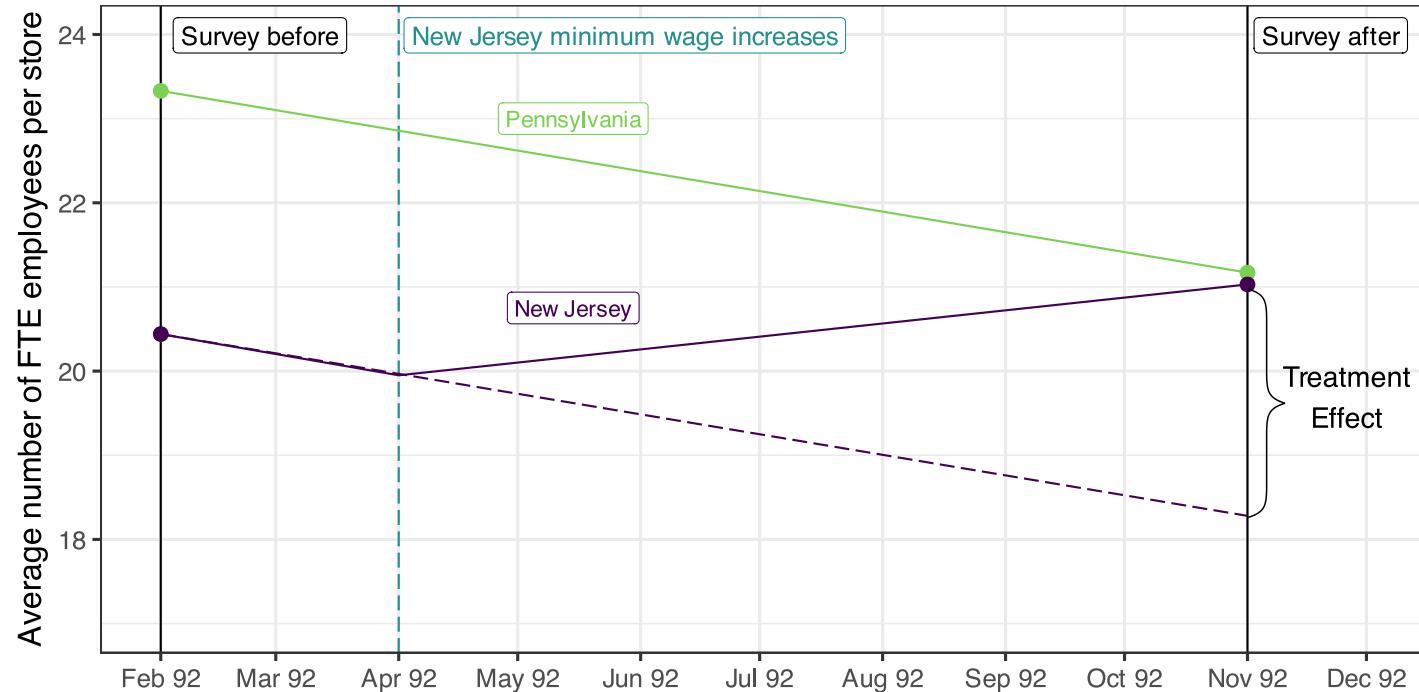
# Graphiquement



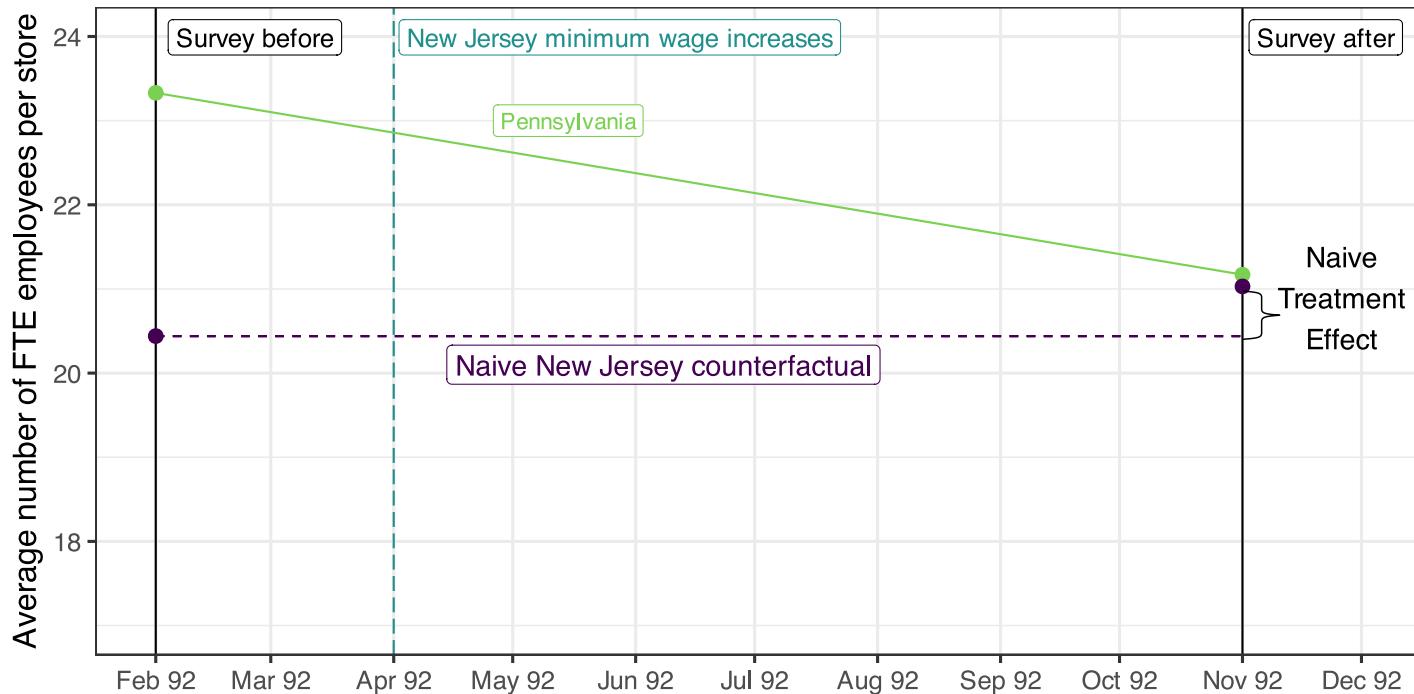
# Graphiquement



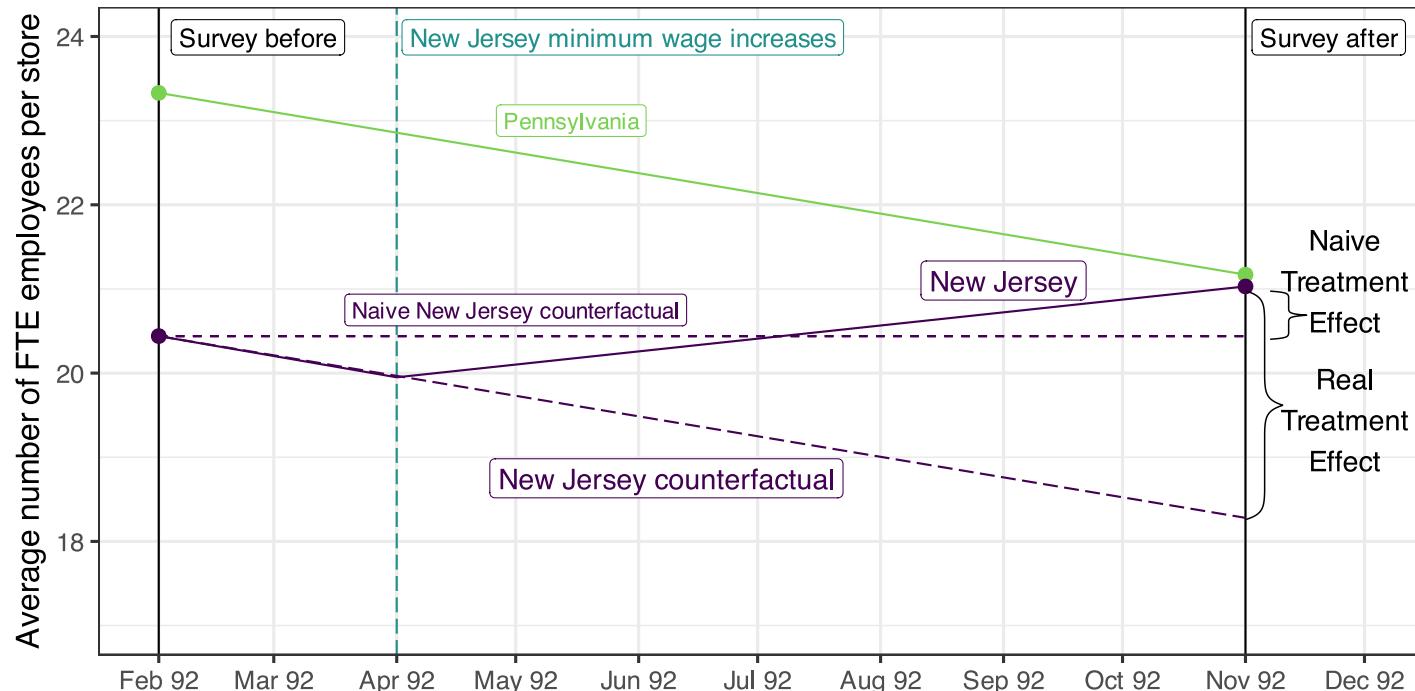
# Graphiquement [Hypothèse de tendances parallèles]



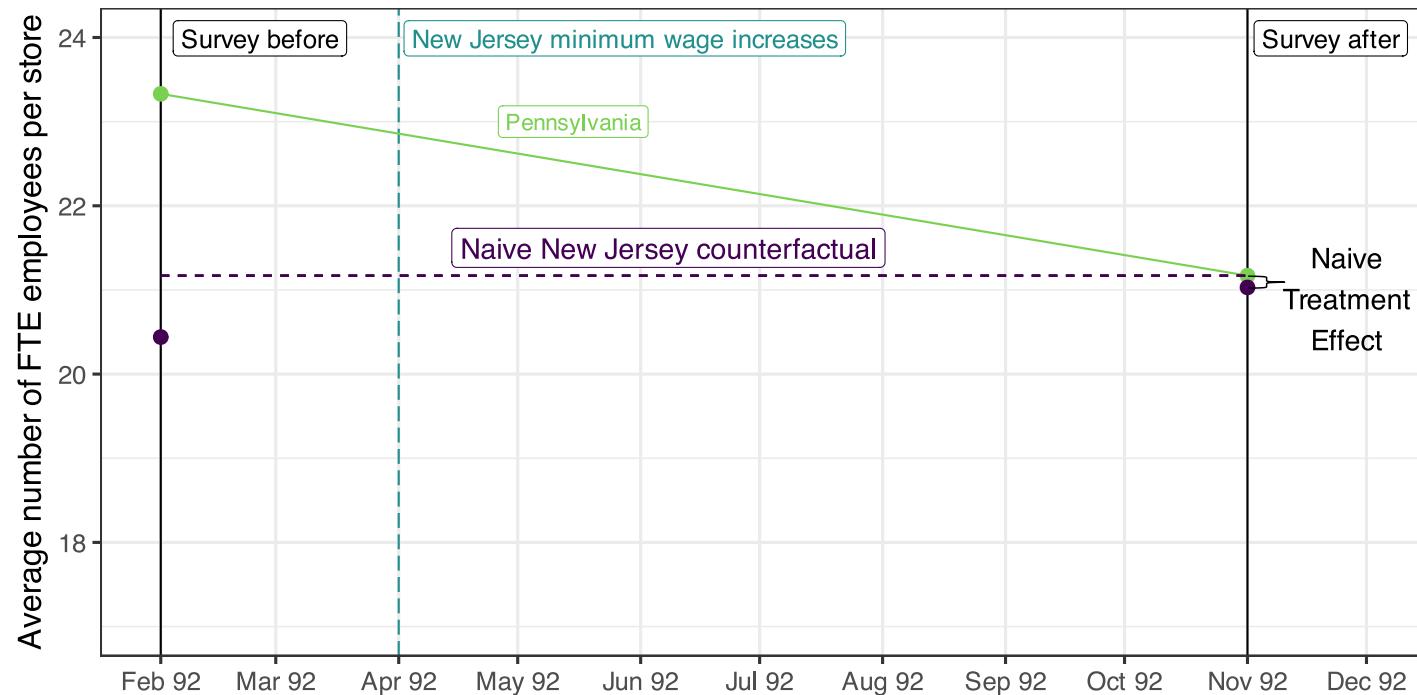
# Graphiquement



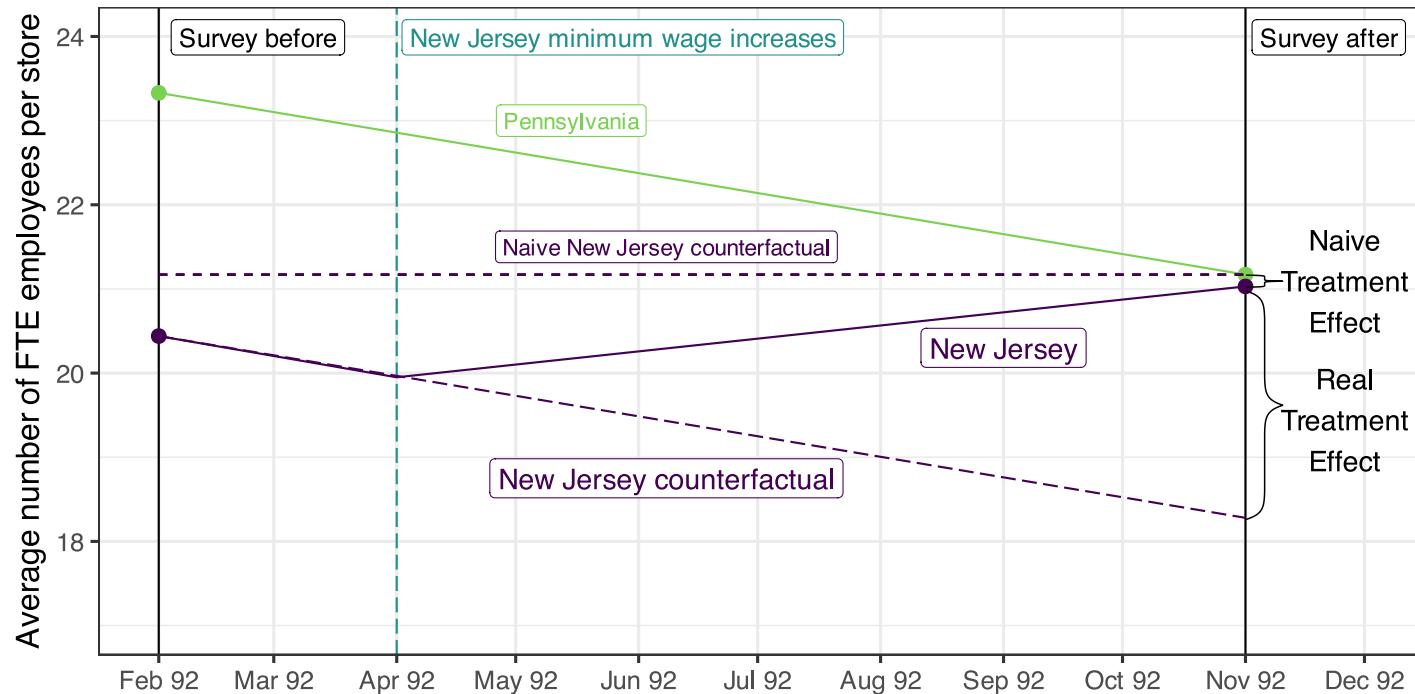
# Graphiquement



# Et si on avait fait une comparaison naïve avant / après ?



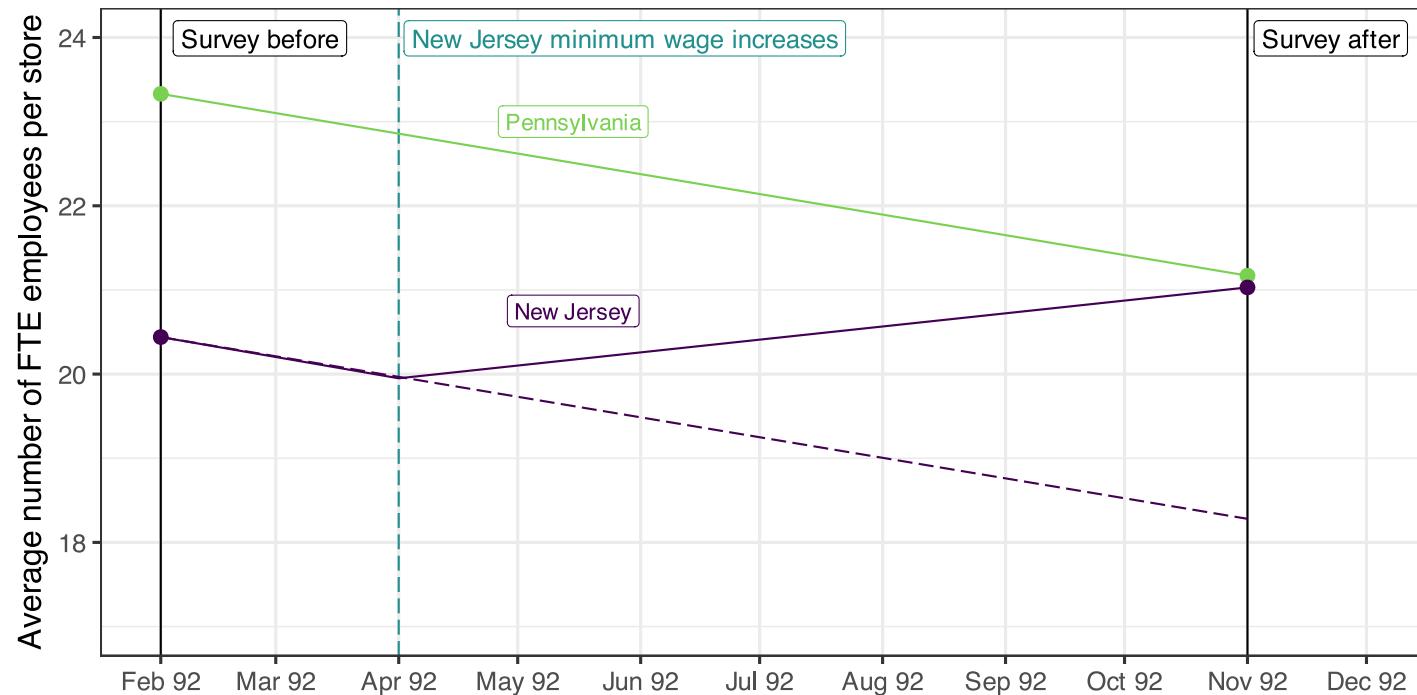
# Et si on avait fait une comparaison naïve avant / après ?



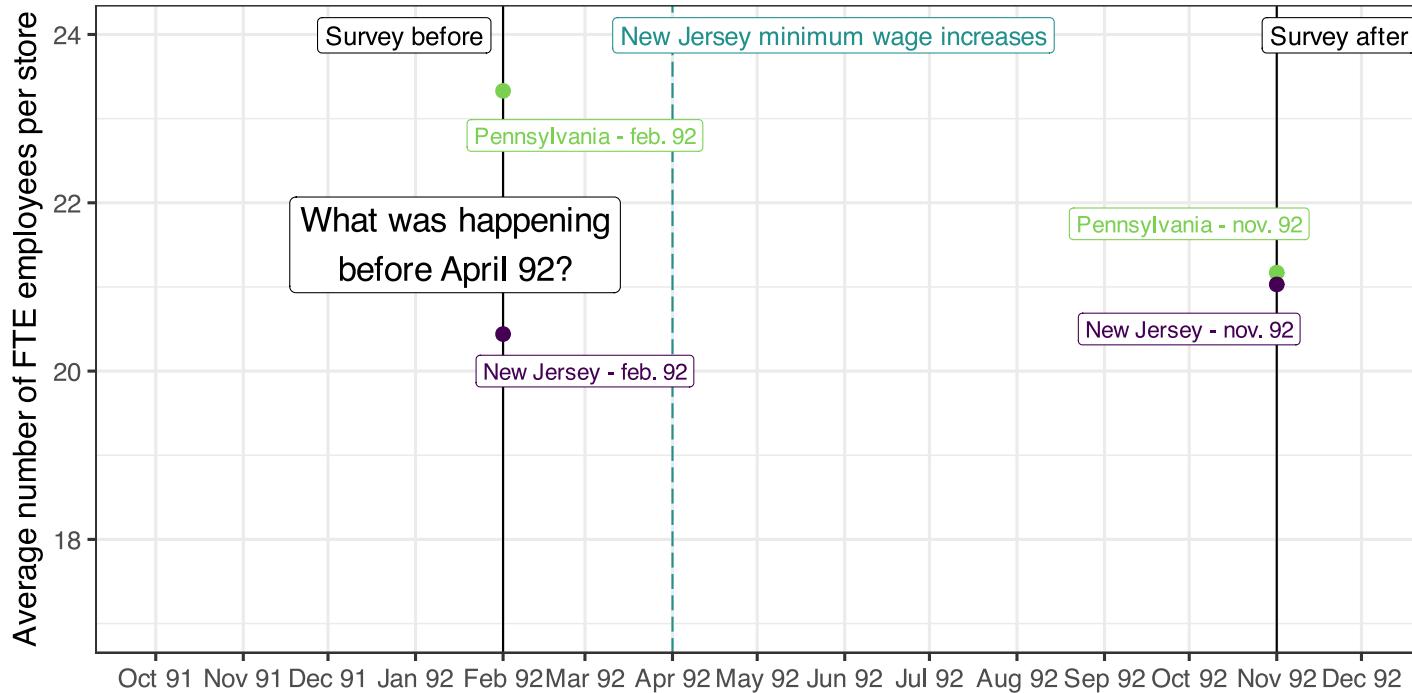
Problème: on ne contrôle pas de la tendance temporelle



# Et si on avait fait une comparaison naïve NJ vs. PA en 2e période ?



# Et si on avait fait une comparaison naïve NJ vs. PA en 2e période ?



*Problème:* on ne contrôle pas de la sélection dans le traitement



# Estimation

# DiD sous forme de régression

- En pratique, DiD est généralement estimé sur plus de 2 périodes (4 observations)
- Il y a plus de points de données avant et après le changement de politique

3 ingrédients :

1. **Variable binaire de traitement** :  $TREAT_s$  où l'indice  $s$  nous rappelle que le traitement est au niveau de l'état (*state*)
2. **Variables binaires des périodes post-traitement** :  $POST_t$  où l'indice  $t$  nous rappelle que cette variable varie dans le temps
3. **Terme d'interaction entre les deux** :  $TREAT_s \times POST_t$  ➡ le *coeffcient de ce terme est l'effet causal de la DiD !*



# DiD sous forme de régression

## Variable binaire de traitement

$$TREAT_s = \begin{cases} 0 & \text{si } s = \text{Pennsylvania} \\ 1 & \text{si } s = \text{New Jersey} \end{cases}$$

## Variable binaire pour la période post-traitement

$$POST_t = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 1\text{er avril 1992} \\ 1 & \text{si } t \geq 1\text{er avril 1992} \end{cases}$$

Quelles observations correspondent à  $TREAT_s \times POST_t = 1$  ?

- Regroupons tous ces ingrédients :

$$EMP_{st} = \alpha + \beta TREAT_s + \gamma POST_t + \delta(TREAT_s \times POST_t) + \varepsilon_{st}$$

- $\delta$ : effet causal de l'augmentation du salaire minimum sur l'emploi



# Comprendre la régression

$$EMP_{st} = \alpha + \beta TREAT_s + \gamma POST_t + \delta (TREAT_s \times POST_t) + \varepsilon_{st}$$

On a :

$$\mathbb{E}(EMP_{st} | TREAT_s = 0, POST_t = 0) = \alpha$$

$$\mathbb{E}(EMP_{st} | TREAT_s = 0, POST_t = 1) = \alpha + \gamma$$

$$\mathbb{E}(EMP_{st} | TREAT_s = 1, POST_t = 0) = \alpha + \beta$$

$$\mathbb{E}(EMP_{st} | TREAT_s = 1, POST_t = 1) = \alpha + \beta + \gamma + \delta$$

$$\begin{aligned} & [\mathbb{E}(EMP_{st} | TREAT_s = 1, POST_t = 1) - \mathbb{E}(EMP_{st} | TREAT_s = 1, POST_t = 0)] - \\ & [\mathbb{E}(EMP_{st} | TREAT_s = 0, POST_t = 1) - \mathbb{E}(EMP_{st} | TREAT_s = 0, POST_t = 0)] = \delta \end{aligned}$$



# Comprendre la régression

$$EMP_{st} = \alpha + \beta TREAT_s + \gamma POST_t + \delta(TREAT_s \times POST_t) + \varepsilon_{st}$$

Sous forme de tableau :

	Pre mean	Post mean	$\Delta(\text{post} - \text{pre})$
Pennsylvania (PA)	$\alpha$	$\alpha + \gamma$	$\gamma$
New Jersey (NJ)	$\alpha + \beta$	$\alpha + \beta + \gamma + \delta$	$\gamma + \delta$
$\Delta(\text{NJ} - \text{PA})$	$\beta$	$\beta + \delta$	$\delta$

Cette table se généralise à d'autres contextes en remplaçant *Pennsylvanie* par *Contrôle* et *New Jersey* par *Traitemet*.



# Exercice 2 (10 minutes)

1. Créer une variable binaire, `treat`, égale à 0 si `state` est la Pennsylvanie et 1 si le New Jersey.
2. Créer une variable binaire, `post`, égale à 0 si `observation` est février 1992 et 1 sinon.
3. Estimer le modèle de régression suivant :

$$empfte_{st} = \alpha + \beta treat_s + \gamma post_t + \delta(treat_s \times post_t) + \varepsilon_{st}$$

Obtenez vous les mêmes résultats qu'au slide 9 ?



# Hypothèses d'identification

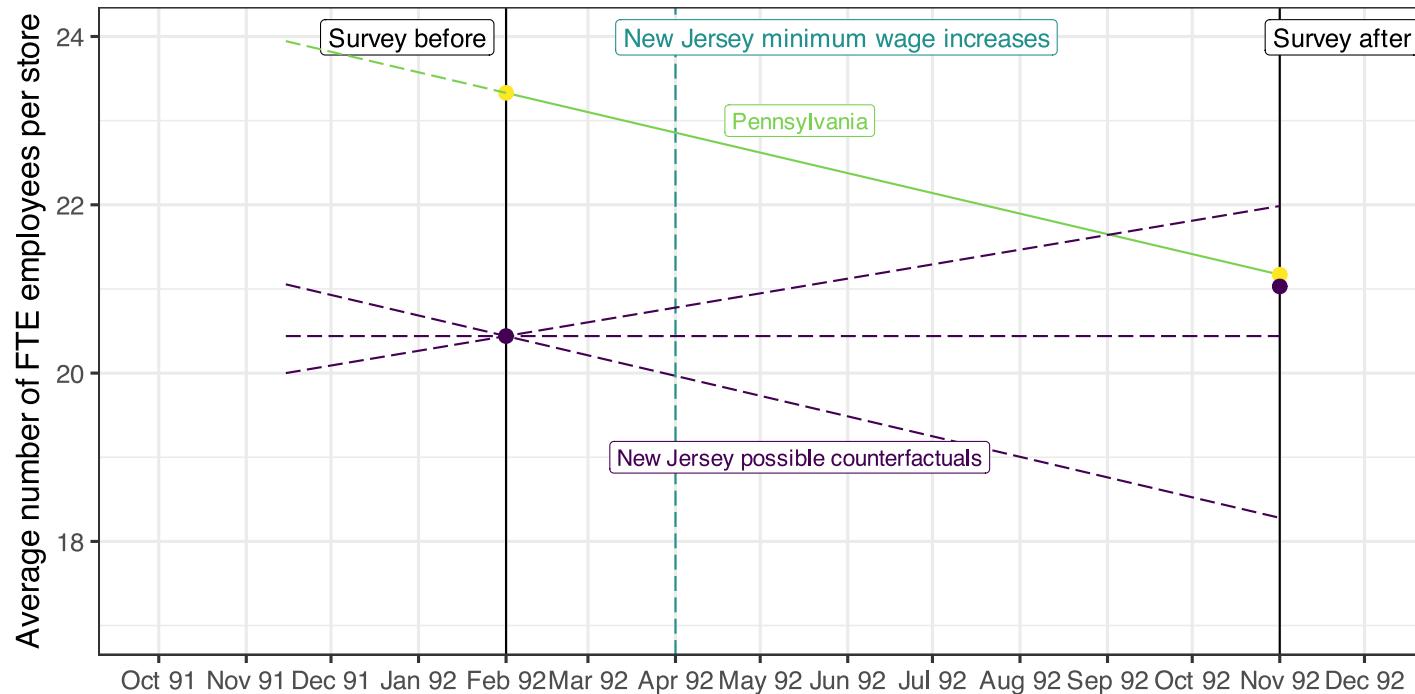
# Hypothèse cruciale du DiD : Tendances parallèles

**Hypothèse des tendances communes ou parallèles** : en l'absence d'une augmentation du salaire minimum, la tendance de l'emploi dans la restauration rapide en Pennsylvanie aurait été ce que nous aurions dû observer dans le New Jersey.

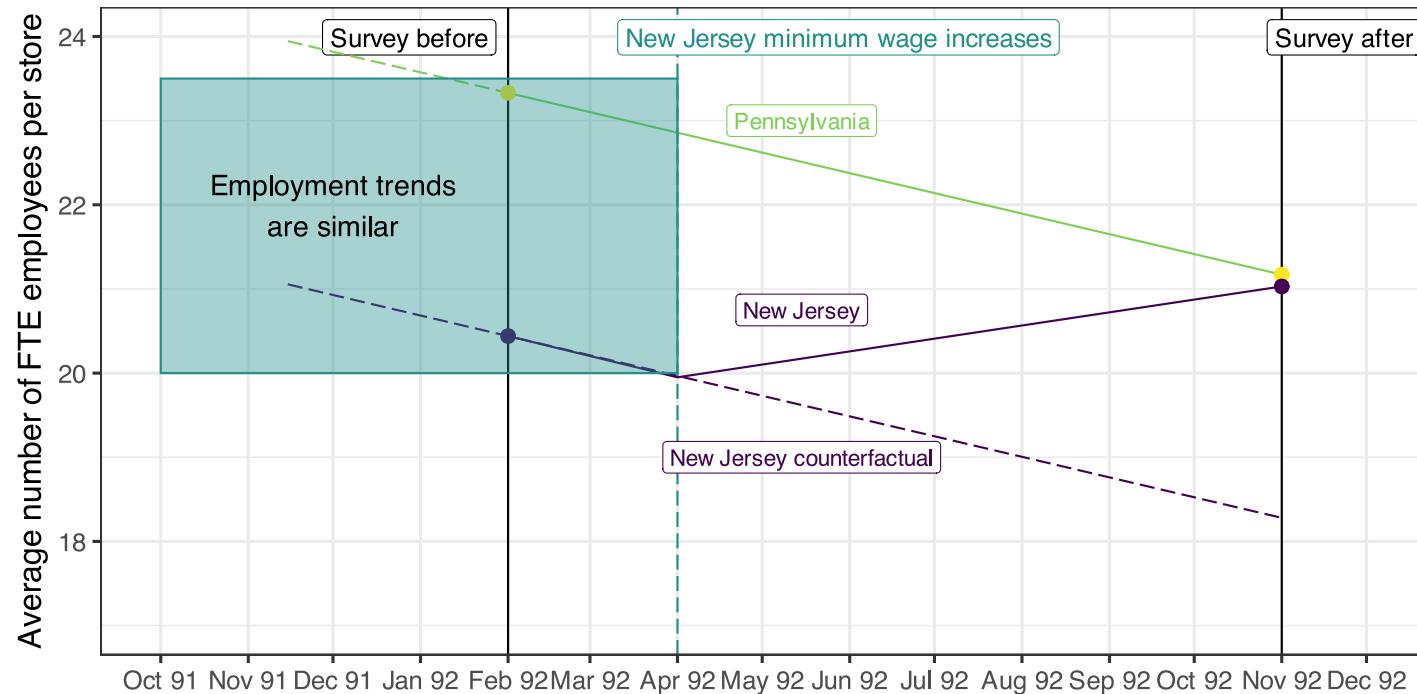
- Cette hypothèse stipule que la tendance de l'emploi dans la restauration rapide en Pennsylvanie entre février et novembre 1992 fournit une tendance de l'emploi contrefactuelle fiable que l'industrie de la restauration rapide du New Jersey *aurait connue* si le New Jersey n'avait pas augmenté son salaire minimum.
- Il est impossible de valider ou d'invalider complètement cette hypothèse.
- *Vérification intuitive* : comparez les tendances avant le changement de politique (et après le changement de politique s'il n'y a pas d'effets attendus à moyen terme)



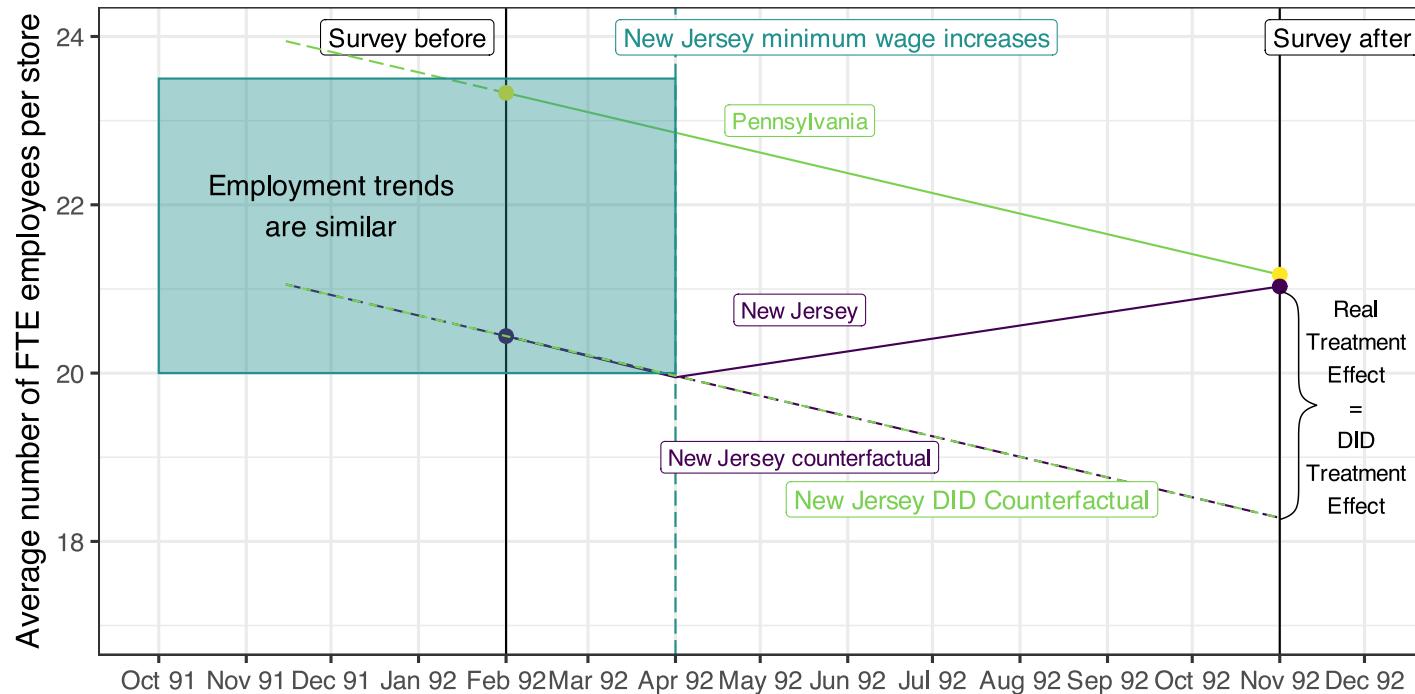
# Tendances parallèles : graphiquement



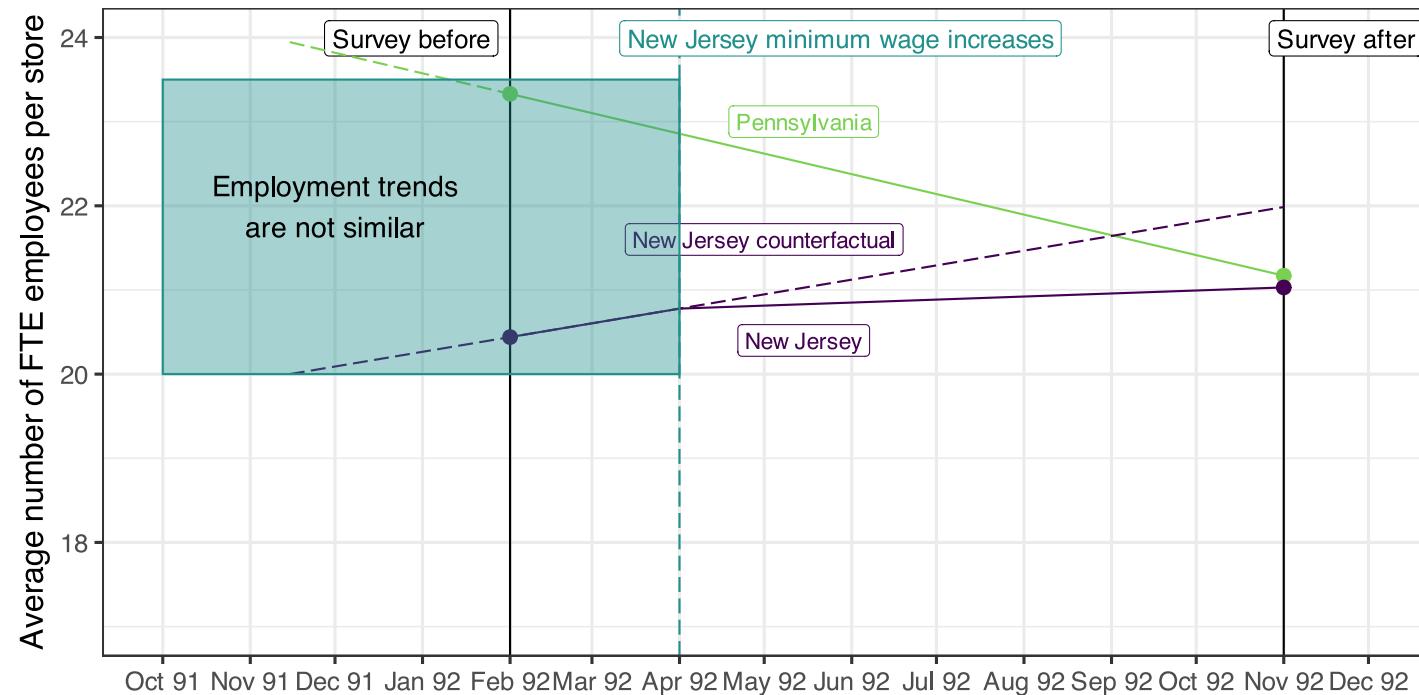
# Vérifier l'hypothèse des tendances parallèles



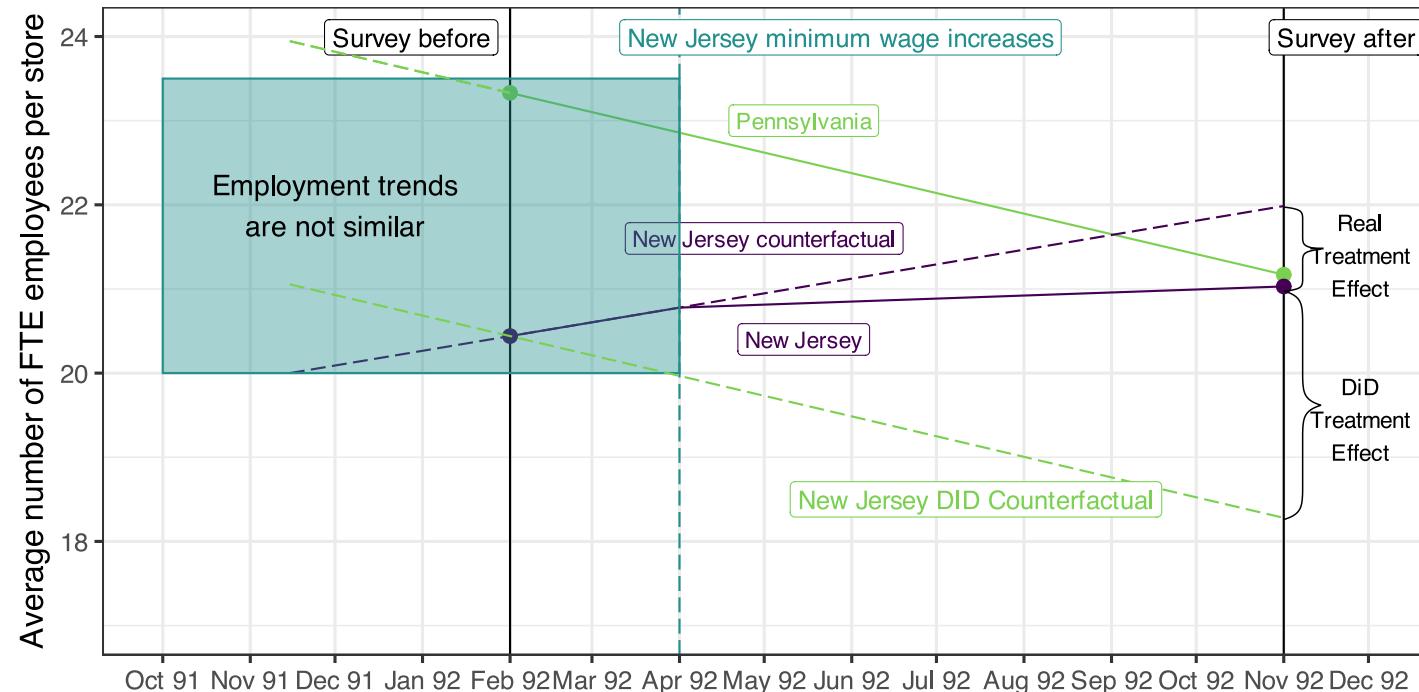
# Vérifier l'hypothèse des tendances parallèles



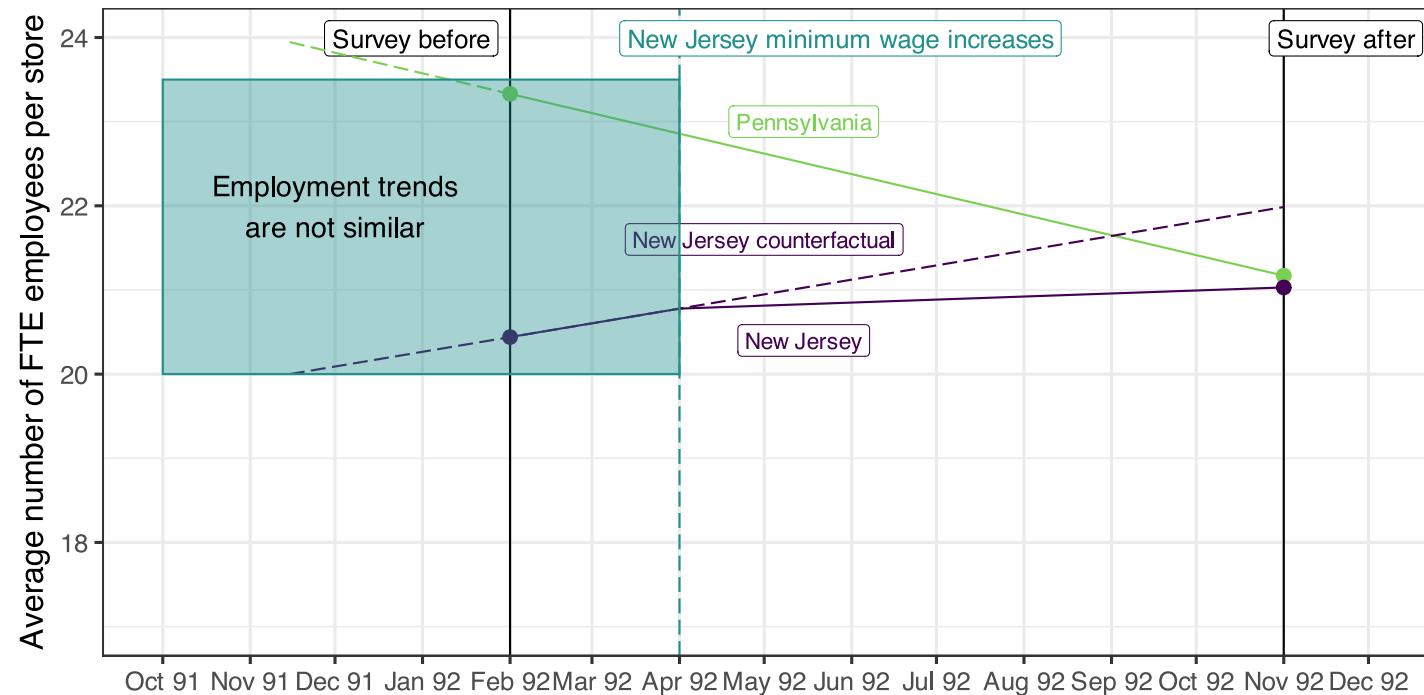
# Hypothèse des tendances parallèles → Vérifiée ✓



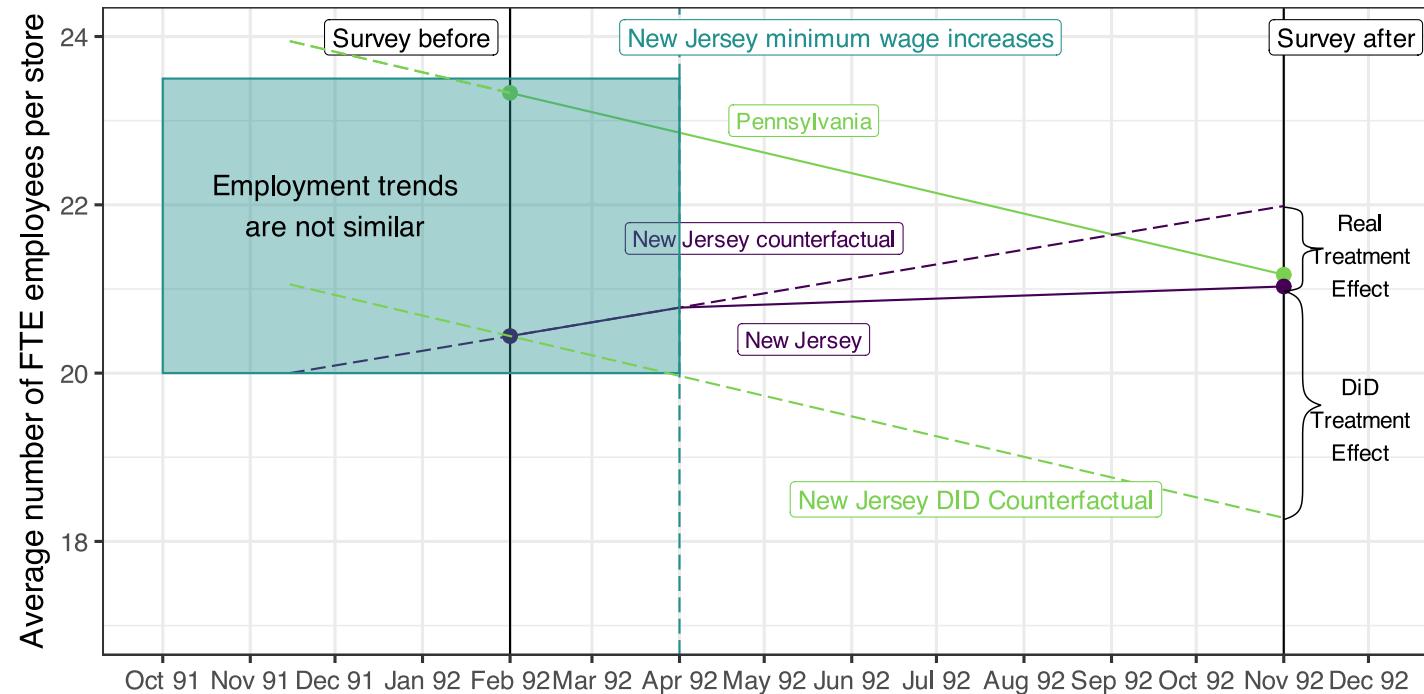
# Hypothèse des tendances parallèles → Vérifiée ✓



# Hypothèse des tendances parallèles → Non vérifiée X



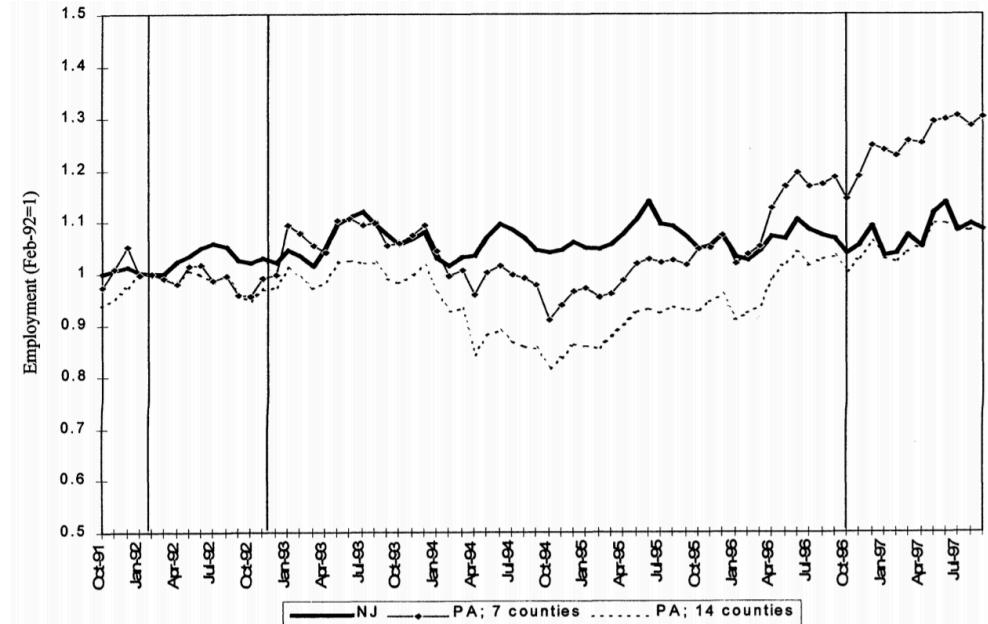
# Hypothèse des tendances parallèles → Non vérifiée X



# Hypothèse des tendances parallèles :

Card et Krueger (2000)

Voici les tendances observées pour la Pennsylvanie et le New Jersey



- L'hypothèse des tendances communes est-elle vérifiée ?

# Hypothèse des tendances parallèles : formellement

Réalisations potentielles (une seule des deux est observable) :

- $Y_{ist}^1$  : l'emploi dans la restauration rapide au restaurant  $i$  dans l'état  $s$  au temps  $t$  s'il y a un salaire minimum **élevé** dans l'état ;
- $Y_{ist}^0$  : l'emploi dans la restauration rapide au restaurant  $i$  dans l'état  $s$  au temps  $t$  s'il y a un salaire minimum **faible** dans l'état ;

L'hypothèse clé sous-jacente à l'estimation DiD est que, dans l'état sans traitement, le résultat du restaurant  $i$  dans l'état  $s$  au temps  $t$  est donné par :

$$\mathbb{E}[Y_{ist}^0 | s, t] = \gamma_s + \lambda_t$$

2 hypothèses implicites :

1. **Biais de sélection** : lié aux caractéristiques fixes de l'état ( $\gamma$ )
2. **Tendance temporelle** : même tendance temporelle pour le groupe de traitement et le groupe de contrôle ( $\lambda$ )



# Hypothèse des tendances parallèles : formellement

Réalisations dans le groupe de comparaison :

$$\mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{Pennsylvania}, t = \text{Feb}] = \gamma_{PA} + \lambda_{Feb}$$

$$\mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{Pennsylvania}, t = \text{Nov}] = \gamma_{PA} + \lambda_{Nov}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{Pennsylvania}, t = \text{Nov}] - \mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{Pennsylvania}, t = \text{Feb}] \\ &= \gamma_{PA} + \lambda_{Nov} - (\gamma_{PA} + \lambda_{Feb}) \\ &= \lambda_{Nov} - \lambda_{Feb}\end{aligned}$$



# Hypothèse des tendances parallèles : formellement

Réalisations dans le groupe de comparaison :

$$\mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{Pennsylvania}, t = \text{Feb}] = \gamma_{PA} + \lambda_{Feb}$$

$$\mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{Pennsylvania}, t = \text{Nov}] = \gamma_{PA} + \lambda_{Nov}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{Pennsylvania}, t = \text{Nov}] - \mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{Pennsylvania}, t = \text{Feb}] \\ &= \gamma_{PA} + \lambda_{Nov} - (\gamma_{PA} + \lambda_{Feb}) \\ &= \underbrace{\lambda_{Nov} - \lambda_{Feb}}_{\text{time trend}}\end{aligned}$$

→ le groupe de comparaison permet d'estimer la ***tendance temporelle***.



# Hypothèse des tendances parallèles : formellement

Soit  $\delta$  l'impact de l'augmentation du salaire minimum :

$$\mathbb{E}[Y_{ist}^1 - Y_{ist}^0 | s, t] = \delta$$

Réalisations dans le groupe de traitement :

$$\mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{New Jersey}, t = \text{Feb}] = \gamma_{NJ} + \lambda_{Feb}$$

$$\mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{New Jersey}, t = \text{Nov}] = \gamma_{NJ} + \delta + \lambda_{Nov}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{New Jersey}, t = \text{Nov}] - \mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{New Jersey}, t = \text{Feb}] \\ &= \gamma_{NJ} + \delta + \lambda_{Nov} - (\gamma_{NJ} + \lambda_{Feb}) \\ &= \delta + \lambda_{Nov} - \lambda_{Feb}\end{aligned}$$



# Hypothèse des tendances parallèles : formellement

Soit  $\delta$  l'impact de l'augmentation du salaire minimum :

$$\mathbb{E}[Y_{ist}^1 - Y_{ist}^0 | s, t] = \delta$$

Réalisations dans le groupe de traitement :

$$\mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{New Jersey}, t = \text{Feb}] = \gamma_{NJ} + \lambda_{Feb}$$

$$\mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{New Jersey}, t = \text{Nov}] = \gamma_{NJ} + \delta + \lambda_{Nov}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{New Jersey}, t = \text{Nov}] - \mathbb{E}[Y_{ist} | s = \text{New Jersey}, t = \text{Feb}] \\ &= \gamma_{NJ} + \delta + \lambda_{Nov} - (\gamma_{NJ} + \lambda_{Feb}) \\ &= \delta + \underbrace{\lambda_{Nov} - \lambda_{Feb}}_{\text{time trend}}\end{aligned}$$



# Hypothèse des tendances parallèles : formellement

On a donc :

$$\mathbb{E}[Y_{ist}|s = \text{PA}, t = \text{Nov}] - \mathbb{E}[Y_{ist}|s = \text{PA}, t = \text{Feb}] = \underbrace{\lambda_{Nov} - \lambda_{Feb}}_{\text{time trend}}$$

$$\mathbb{E}[Y_{ist}|s = \text{NJ}, t = \text{Nov}] - \mathbb{E}[Y_{ist}|s = \text{NJ}, t = \text{Feb}] = \delta + \underbrace{\lambda_{Nov} - \lambda_{Feb}}_{\text{time trend}}$$

$$\begin{aligned} DD &= \mathbb{E}[Y_{ist}|s = \text{NJ}, t = \text{Nov}] - \mathbb{E}[Y_{ist}|s = \text{NJ}, t = \text{Feb}] \\ &\quad - \left( \mathbb{E}[Y_{ist}|s = \text{PA}, t = \text{Nov}] - \mathbb{E}[Y_{ist}|s = \text{PA}, t = \text{Feb}] \right) \\ &= \delta + \lambda_{Nov} - \lambda_{Feb} - (\lambda_{Nov} - \lambda_{Feb}) \\ &= \delta \end{aligned}$$



# À LA SEMAINE PROCHAINE !

mguillot@uliege.be

## MERCI À

Florian Oswald et à toute l'équipe de ScPoEconometrics pour le **livre** et leurs **ressources**



